

本期聚焦·高考数学复习备考策略

数学备考应树立三个目标意识

余明芳

构建完整知识体系、增强求变转化意识是备考复习的重要目标,也是数学解题策略的实施要求。每一道数学问题的解答,都必须联系已学知识、已解问题与已有的方法经验,需要解答者熟练掌握数学知识与问题的关系结构,根据知识与问题间的联系,将待解问题化简、转化为已解问题或可应用已学知识的问题。所以,深度的数学备考复习,要总结应试必备的思维策略方法,更要着力研究知识与问题的关系结构,着重凝练化简与转化思想。因此,在复习备考时必须具有以下三个目标意识。

知识系统化——立足基础突出主干,构建完整知识体系

历年高考数学对解析几何、函数与导数、向量与几何、概率与统计等核心模块的考查,中考数学对平面几何基本图形关系与二次函数问题等主要知识的考查,都是深入、系统的。因此,复习中要重视主干知识的地位与作用,经常围绕主干进行知识与问题的关系建构,将主体知识的系统化作为备考关键内容。数学的具体概念、法则、定理、公式、方法、问题都是相互关联的,深度的复习要掌握知识生成与论证的纵向关系,也要理解不同章节甚至不同学科知识间的横向关联,还要熟练掌握由数学知识链密集交汇而形成的与众多知识问题有直接关联的“簇知识”。日常学习要深入研究知识与问题的关系,复习时不仅要进一步明确并掌握知识与问题的关系,还要注重研究知识与问题的整体结构,以形成对知识与问题的“结构性理解”,进而实现知识系统化这一具有扎根筑基性质的学习目标。

知识系统化是分析与解决数学问题的思维基础。著名数学家乔治·波利亚在其《怎样解题》一书中指出,解题在“拟定计划”环节,可考虑:你以前见过它吗?你是否见过相同的问题而形式稍有不同?你是否知道与此有关的问题?你是否知道一个可能用得上的定理?看着未知数,试想出一个具有相同未知数或相似未知数的熟悉的问题,你能不能利用它?你能利用它的结果吗?这些思考告诉我们,解题时应通过联想,把问题置于与之相关联的知识与问题系统中,从问题与已学知识、已解问题的联系入手综合思考,可称之为解题思维的“系统原则”。这个原则揭示了解题思维的基本规则,适用于所有数学问题的解答,也适用于所有非数学问题的解答。成功的解题需要有一个知识与问题的系统关系网,网中的知识与问题越有序、精细无漏洞,越有利于迅速联想与顺利转化,关系网越大,转化的路径与方法也越多。

方法思想化——运算推理两翼并重,增强求变转化意识

运算与推理是解数学问题时实现化简、化归的主要手段,也是解答数学高考试题的关键能力,二者在解题过程中经常共同合作、相互推进,在备考复习中应充分重视。具体的运算与推理方法很多,深度的备考复习要注重理解蕴含在每一个方法中的求变意识与化归思想,以使众多方法在被归结成同一思想后更易于认识与理解,并能用单一的思路简捷处理各类繁杂问题。深度的复习,要增强将问题转化为已解问题与可转化的意识,也要在使用各种方法时多感悟方法的化简与化归功能,要回顾思维路径,看清转化化归的过程,还要从总结方法经验与一般化的解题策略原则。日常解题中要着力研究解题的基本方法,而复习时不仅要进一步熟练运用已知方法,还要注重通过一题多解、多题归一、多法归一等方式掌握问题间的关系与结构,并从中凝练出归结众多方法拓展思维参与的深度和广度,提高数学思维的灵活性。

无论课上还是课下,教师都要不断促进学生自我反思和调整,不断加强学习方法和考试策略的指导。比如高三第二轮复习,不仅要让学生从答题者角度进行反思(解答过程中需要注意什么?),还应让学生换位思考,从出题人的视角分析整套试卷(每个题目考查了哪些知识?考查了哪些方法?试卷的整体结构是什么样的?参考答案中为什么选择了这个解法方法?),甚至可以以阅卷教师的角度分析标准答案(评分标准的确定依据是什么?如何规范书写?)。

无论基础题还是创新题,高三复习时都要有具体的策略。每年的高考命题都是稳中有新,因此要有适度的练习和适度的形式化,但是千万不要僵化。(作者系北京教育学院教授、数学与科学教育院副院长、数学教育研究中心主任)

概括运算与推理方法的转化化归思想,是分析与解决数学问题的思维利器。波利亚指出,解题在拟定计划时,要思考:你能不能用不同的方法重新叙述它?如果你不能解决所提出的问题,可否先解决一个与此有关的问题?你能不能想出一个更容易着手的有关问题,一个更普遍的问题,一个更特殊的问题,一个类比的问题?这些思考告诉我们,解题时应借助联想中得到的知识与问题的关系进行命题变更,化抽象为直观,化繁为简,化难为易,化陌生为熟悉等,可称之为解题思维的“多变原则”。这个原则揭示了解题思维的另一个基本规则,也适用于所有问题的解答,解题中的因果、数形、整零、和积与动静等转换,配方、消元、换元、反证等方法,都是转化化归思想和这个原则的特殊体现。成功的解题需要能指导思维方向的数学思想,思想越有概括性,越可将众多的知识与问题归结到简单范畴进行统一认识与思考,也越易于将其融会贯通地应用在更多类别的解题过程中。

思维策略化——通法为主特技为辅,力促解证周密有序

思维策略是影响考试解题成败的一个关键因素,需要在备考复习中予以充分关注。一般来说,“会而不对”是导致考试不理想的主要原因,考试解题时应将试卷问题分为难、中、易三类,对困难问题采用回避、暂不思考或尽力寻找可得分数等策略,对中、易题采用通法为主特技为辅,以确保万无一失的策略。在数学运算与推理中,为规避常规错误的发生,多运用熟悉的通用的方法,不用或少用不熟悉的特殊技巧,是解题思考时要遵循的“正合原则”。“正合原则”对数学中、高考试题解答的重要启示是:解题时不可不着边际无目标地思考,而应从条件与结论出发,结合已学知识与已有经验,先联想解决同类问题的常规思路,在找不到常规思路或所找思路难以实施时,再寻求特殊的可出奇制胜的方法。数学高考中的大部分试题都可以用通法解答,对少部分难题可采用适当回避策略,这与日常练习中“乐解难题”的思路正好相反,但并不矛盾。

数学难题解答中“会而不对”的现象很常见,因而是备考复习和考场发挥时最需要关注的问题。要克服轻慢与疏忽的心理弱点,力促解证周密有序,做到周而不疏、密而不漏,这是解题思考时应遵循的“缜密原则”。“怎样解题”在“弄清问题”“拟定计划”“实行计划”“回顾反思”环节,也给出了许多建议,如:希望解题者能注意分清清楚未知数、已知数据、条件各是什么,整体关注包含在问题中的所有概念,看是否已利用了所有已知数据和条件,并懂得检验每一个步骤,直到能清楚看出并能证明其是正确的,等等。因此,考生备考复习要努力强化缜密的思维习惯,在考试中能有意识地在易错环节放慢速度,有条不紊、步步有据地进行运算与推理,能在解答后懂得检验一些可疑的运算与推理步骤,尽力减少日常考试中常见的“会而不对”现象。

总之,以上三个目标意识,都是数学解题策略的实施要求。“系统原则”倡导的是以联系的观点审视问题,要求备考复习应有知识系统化的目标意识。“多变原则”倡导的是以运动变化的观点处理问题,要求备考复习应有方法系统化的目标意识。而“正合原则”“缜密原则”指出的则是考试答题的时间与精力分配策略问题,要求备考复习应有思维策略化的目标意识。同时,针对数学高考试题中的偏、难、怪题始终是极少数的,备考复习也应针对这一特点,制定好学习时间与精力分配策略,集中加强主干知识与基本思想方法的学习,并针对日常薄弱环节与常犯错误,对高考中难题型进行深入研究。(作者系福建教育学院数学研修部副教授)

征稿启事

备战“三模”迎接高考

模拟考试进行总体部署?如何把握好节奏和各阶段复习备考工作重点?欢迎教研人员特别是高中主管教学副校长,围绕其中一个或几个方面分享自己的观点和经验。

各科备考策略:结合每个学科(九大高考主要学科)的特点,如何做好每次模拟考试的复习备考,争取取得好成绩?如何用好模拟考试以达到高考复习的目标?在最后三个月左右的时间里,如何抓住重点、制定科学高效的复习策略?欢迎高中一线教师分享自己的经验。

稿件字数不超过2500字为宜,请发至:kaoshi@edumail.com.cn。邮件标题请注明“备战‘三模’”字样。



呼和浩特市回民中学高三年级的学生在课堂上认真听课。视觉中国供图

教师要研究学生,因人制宜采取针对性指导策略

教师整天和学生在一起,但未必真正了解自己的学生。笔者曾做过一项调查,对于一道难度系数为0.85(理论上难度系数大于0.75的题目较为简单)的高考数学题,被调查的不同学校数学教师中,认为难和比较难的超过40%。这显然和学生的作答情况不符。课堂教学中也会出现类似的情况。笔者听过一节高三一模试卷讲评课,重点是复习立体几何的内容。教师设定的教学目标是:“理解直线的方向向量与平面的法向量;能用向量方法解决直线与直线、直线与平面、平面与平面的夹角的计算问题,了解向量方法在研究几何问题中的应用。”教学重点为分析试卷中解答题的解答思路。授课中,教师带领学生复习用向量法计算空间角的相关公式,再讲解试卷中的立体几何综合题。我们在听课中发现学生对于公式非常清楚,此题出现错误的原因是在建立空间直角坐标系的过程中出错,再细分析,是由于立体图形底面是不规则的四边形,学生对于垂直关系的理解有误。显然教师本节课的教学目标和教学重点,没有找准问题所在,与学生的实际情况不符。

教师应针对学生群体的不同特点进行有针对性的指导。笔者曾对某学校普通班与实验班的学生学习情况进行调研,发现了很多“意想不到”的结果。比如课后复习,按要求对知识进行整理、画出知识网络图、认真整理错题并规范书写正确过程的学生比例,普通班高于实验班;实验班的学生“只在头脑中简单回顾当天所学内容”的比普通班学生多,更多学生习惯于在错题旁边写出思路要点、想清楚错误原因。高三教师在关注学习成绩的基础上,要充分了解学生的学习态度、学习动机、学习习惯等,及时调整指导策略。

学生个体的差异客观存在,这就要求教师反思前面两年半的教学情况,帮学生进行定位。高考作为大规模常模测试,关注的是学生整体排名。学生个体在选考时,要综合考虑自己的爱好、特长等因素,在制订复习计划和努力目标时,也要综合考虑自己的实际情况,想清楚在有限的时间和精力下,哪个学科(部分)提高的可能性更大、提高的速度更快。

高三教师要增进对学生的了解,不仅仅是课堂教学中多关注学生,也包括课后与学生多交流。高三复习,学生感觉压力大,教师是学生学习方面最信赖的人,教师要及时了解学生的学习状态、遇到的困难,及时提供帮助,答疑解惑,进行心理疏导等。教师可以通过重点跟进、及时明示、激励评价等方式提高学生的心理素质,培养学生科学态度和理性精神,让学生在考场中尤其是在遇到难题时,能够冷静思考、大胆猜想、严谨论证。

教师要研究复习方法,注重提升学生数学思维水平

近年,为了“秒杀”某类(或者某道)高考题,有人建议高三复习时拓展一些高中数学知识,甚至建议增加高等数学、竞赛数学中的内容。如果一些学生确实学有余力,适度拓展学习内容也符合课标的理念;但对于大多数学生而言,学习并掌握这些新内容需要时间和精力,会增加学习的压力和负担,这些新内容今后的使用频率不高,高考复习中拓展知识内容确实需要慎重。

我们更应该重视高三复习课的要求和务实。有的教师严格按照高考要求进行教学,“考什么讲什么”“怎么考怎么讲”,直接把高考对某个内容的要求作为一节课的教学目标,并不十分科学。在复习课中,课时目标不求多、不求全,要精准、明确、具体,教学过程中要重落实、重指导、重生成。

对于学生在复习中出现的问题,教师要给出具体的方法。比如前面提到的那节高三试卷讲评课,教师应引导学生画出立体几何图形底面的平面图(而不是立体图),在平面图中标出位置关系和数量关系,再分析其中点、线的位置关系,或者将不规则的立体图形补成熟悉的长方体,借助长方体分析其中各元素之间的位置关系等,同时要有相应的变式题目进行练习和巩固。对于学生出现的问题,教师要有具体的方法指导和示范,尤其是对于计算错误这种典型问题,很多教师只是反复强调“要认真”“多练习”,这种表达太空泛了,学生主观上一定是认真的,也会努力的,如果没有找到算错的原因,没有恰当的方法,“多练习”可能就是在强化错误,适得其反。

教师要帮助学生建立知识间的联系。丰富的联系不仅能帮助学生理解内容,而且不容易忘记。对于创新题和难题,教师一定要讲自己的思考过程,包括在解决问题过程中遇到的困难以及如何解决的,解决的过程中出现过哪些新的问题,甚至自己走的弯路,等等。通过教师的示范,尤其是展示思考过程,让学生体会到“当我们不知道做什么的时候怎么做”。

教师要提高学生的参与度。思维参与的深度和广度直接影响着解题效率。强调数学思维的参与,不仅仅是让学生用更多的时间来学习数学,更重要的是通过发现问题、解决问题,加深对客观世界的数量关系和空间形式的本质的一般性认识。

第一轮复习时,一题多解是常见的帮助学生建立知识间的联系、培养发散思维的方法。第二轮复习时,多解归一、多题归一更是数学内容、数学方法的一般性的概括,能促成对通性通法更上位的理解。在复习过程中,教师要注重培养学生的数学概括、数学抽象、数学推理、数学化归,以及数学的符号化表达能力,拓展思维参与的深度和广度,提高数学思维的灵活性。

无论课上还是课下,教师都要不断促进学生自我反思和调整,不断加强学习方法和考试策略的指导。比如高三第二轮复习,不仅要让学生从答题者角度进行反思(解答过程中需要注意什么?),还应让学生换位思考,从出题人的视角分析整套试卷(每个题目考查了哪些知识?考查了哪些方法?试卷的整体结构是什么样的?参考答案中为什么选择了这个解法方法?),甚至可以以阅卷教师的角度分析标准答案(评分标准的确定依据是什么?如何规范书写?)。

无论基础题还是创新题,高三复习时都要有具体的策略。每年的高考命题都是稳中有新,因此要有适度的练习和适度的形式化,但是千万不要僵化。(作者系北京教育学院教授、数学与科学教育院副院长、数学教育研究中心主任)

很多人将高考考场比作战场。我们如何才能打赢这场战争呢?《孙子兵法》中有句名言:“知己知彼,百战不殆;不知彼而知己,一胜一负;不知彼不知己,每战必殆。”高考数学复习亦是如此。

教师要研究高考,辩证认识试题的“稳”与“新”

教师必须深入了解高考,这是高三复习的前提和基础。目前教师了解高考信息的主渠道是教育主管部门组织的教研活动和学校的内部传达。除此之外,教师还应根据自身实际情况对所属学科高考进行研究。以数学学科为例,教师应通过如下三个途径增进对数学高考的认知。

一是读政策文件,了解高考改革方向,避免小道消息满天飞。由“一核、四层、四翼”为主要内容的高考评价体系,明确了“为什么考、考什么、怎么考”的问题。高考学科的功能定位为:发挥数学学科特点,以测试数学综合能力、发展数学核心素养为目标,通过创新试卷结构与试题形式,更好地实现立德树人、服务选才、引导教学的核心功能。

二是读文献材料,体会高考政策在数学科的具体要求。每年高考之后,教育部教育考试院都会第一时间“官宣”,《中国教育报》等专业媒体也会刊发分析试题的文章,教师在阅读时要有思考,特别在考虑如何借鉴时要有所选择。高考命题有严格要求,要严格依据高中课程标准,确保内容不超范围、深度不超要求,教师在读文献材料时要心中有数。

三是研做真题,体会政策如何落实在题目中。对于近年高考真题,教师要反复做,通过解题理解考试对数学知识的具体要求,理解考试对学生能力的具体要求。整套做,有助于了解全卷的整体结构;分类做,有助于了解同类问题的呈现规律。

研究高考的重中之重,是要认识到试题“稳”在哪里,又“新”在哪里。

保持命题稳定,这是高考命题的基本要求。教师应通过做真题、研真题,对照课标和教材,理解高考数学科的知识体系与课程标准知识体系的一致性,理解教材中通过“归纳”“探索”等活动培养学生能力的设计与考试通过开放、探究问题考查学生能力的要求的一致性。

近年高考命题强调以情境作为考查内容和考查要求的载体,这是高考命题改革创新的一个重要方向。目前高考数学的试题情境分为课程学习情境、生活实践情境、探索创新情境。课程学习情境试题主要关注已有的知识基础和准确程度,具有稳定性。生活实践情境试题主要考查“去情境化”能力,要求考生会将具体情境化问题转化为常规的数学问题。探索创新情境试题,需要学生利用已有知识和技能,借助特殊与一般、归纳概括、类比,以及分类讨论、数形结合等思想方法,充分调动已有学习经验,分析问题解决问题。因此,新情境类题目虽然看起来新,但是解决新题的基础知识和基本方法,都是课程标准范围内的。

真正了解高考,教师要做到在稳定的题目中理解变化和发展;在创新的方法中理解知识和方法的基础性、灵活性,尤其是要体会高考考查要求的基础性、综合性、应用性和创新性是如何体现的。

高考数学复习如何做到『知己知彼』

刘春艳

