

特别
关注

做数学:学科育人的创新路径

董林伟

“做数学”的核心在于“做”,实践“做中看”“做中思”“做中说”“做中悟”的过程,实现“促进认知,让学生会学数学;激发情感,让学生愿意学数学;启迪智慧,让学生智慧学数学;塑造品格,让学生高品位地学数学”。

——史宁中

►学生一起动手用纸片拼出长方形,得到一个代数等式。学生在“做”中体会到形与数的转换。 董林伟 摄



数学是研究数量关系和空间形式的一门学科。数学对象与内容的高度抽象性,以及教科书对数学知识的结果式呈现,为教学中“重结果轻过程”的教学生态提供了天然温床。为改变学生“学习数学的生态”,江苏省一批数学教育工作者组成的研究和实践团队经过近20年的探索,提出“做数学”的主张,走出一条学科育人的创新路径。

“做数学”让学生不再害怕数学

做数学,让数学学习有章可循。做数学,是以“做”为支架的一种数学学习活动,是学生运用材料和工具,在动手动脑相协同的过程中人人参与的、以实际操作为特征的数学活动,也是实现数学学科育人的一种范式。做数学中“做”是其精义和主旨所在,“做数学”贯彻以学生发展为本的教学理念,按照“生活数学”“活动思考”的教学主线,研究团队编制了《数学综合与实践活动手册》《数学实验手册》等文本,并研制了系列化的学具,让学生的数学学习变得有章可循。

做数学,让数学学习有路可走。根据“做数学”的目标指向不同,我们设计了3种“做数学”的实践范式,让学生的数学学习有路可走。

第一种是数学体验,其目标指向是感知理解,具体流程为“操作—观察—感悟—理解”。数学体验中的“做”,是让学生动手操作,在操作中体验数学,在学生获得大量感性知识的同时,提高学生的学习兴趣,激发求知欲。比如,小学阶段探索“三角形内角和”,可以通过“剪—剪—围—围—拼—拼”等操作活动,结合“动笔围”与“动手画”的实践活动,让学生不知不觉地理解数学本质。

第二种是数学实验,其目标指向是发现推理,具体流程为“操作—探究—发现—论证”。数学实验中的“做”,是学生利用一定的工具(实物或软件),通过动手操作、观察思考、归纳抽象等过程,建构数学概念、验证数学结论、探索数学规律、解决数学问题。比如,通过“糖水实验”学习“探索分式的相关性质”,使“分式性质的学习”变得“看得见、摸得着、尝得到”。

第三种是综合实践,其目标指向是问题解决,具体流程为“实践操作—活动思考—问题解决”。综合实践中的“做”,是学生在已有知识经验的基础上,从熟悉的现实生活中发现、选择和确定问题,主动应用知识解决问题的学习活动。比如,通过“测量旗杆高度”的综合实践活动,可以加深对“相似三角形”“锐角三角函数”等有关知识的理解和认识,增强数学的应用意识。

做数学,让数学学习有据可依。做数学,强调更积极的行动、注重能亲历的实践、彰显多维度的交互、突出真情境的活动、关照更完整的过程,这些都是“做数学”所呈现出来的本质特征,也是学生数学学习的理想样态。具体来说,“做数学”的以下特点,让学生的数学学习有据可依。

情境性:“做数学”是在某个特定创设的环境中进行的,可以激发学生数学学习的热情,让学生愿意学习,进而积极主动地投入学习之中。

实践性:“做数学”强调的是“动眼观察、动手操作、动脑思考”相结合,可以调动多种感官参与学习,让学生有兴趣学习,实现具身认知。

主体性:“做数学”让学生在活动中获取理解概念所需的“事实”,从而形成对概念本质的深刻体悟,实现自主性学习。

过程性:“做数学”可以让学生经历数学学习的全过程,通过“做”延长知识的获得过程,并且提供学生感悟知识精髓的时间与空间,实现“体验性学习”。

激励性:“做数学”能让学生有渴求知识的感觉,使学生获得“如何思考”的智慧,进而激发学生的创新意识。

创新性:“做数学”具有一定开放度,能促进不同风格和认知水平的学生进入活动之中,并根据各自的经

验和实践,获得不同的创新体验。

“做数学”让关键能力培养落地

做中学:学会用数学的眼光观察世界。做中学,让学生在“做”中观察、“做”中思考,进而转变学的方式、学的行为和学的习惯。通过“做中学”,加强数学与外部世界的联系,提高“数学有用”和“用好数学”的意识及其能力,激发“做”的积极性,进而学会用数学的眼光观察世界。怀特海认为,教育不是往行李箱里塞满物品的过程。从学科教育来说,“塞满”意味着告诉和派生,还意味着放得又快又满,这样容易导致知识“夹生”。事实上,教师总是希望教给学生更多的客观知识和精确结论,这是违背学生的认知规律的。

做中学,正是基于学生的认知规律,将过程目标具体化的一种活动。比如,“月历中的数学”这一主题,通过“看数—想数—算数—说数”4个简单的活动,不仅没有“塞满”课堂空间,也没有“塞满”学生大脑,而是让学生在“做中学”,形成“数学的眼光”。

做中思:学会用数学的思维思考世界。做中思,是“做数学”的本质,起于“做数学”,成于“数学思考”,终于“想数学”。“想”数学表现在两个方面:一方面是想概念的“来龙去脉”,想概念的发生过程、想概念的适应性和适用范围;另一方面,想的过程是一种再思考的过程,是一种再联系的过程,是一种评价反思的过程,也是一种规则的确认过程。比如,“折纸与黄金矩形”这一数学实验活动,一方面能让学生在具体的“做”中获得感性概念,并促进这一经验引起的相对持久的心理变化;另一方面通过“想”,能让学生将感性概念上升到理性思维状态,即“折什么、为什么折和怎样折”。但是由于“折黄金矩形”是较为复杂的折纸,很难让学生凭空想象。为此,可以借助希沃白板,设置“画图—流程”,为“想到怎样折”提供支持条件,体验“折的合情合理性”。

做中说:学会用数学的语言表达世界。做数学,本身就承载着表达功能,可以将“说数学”转化为“表达能力”。“做中说”是一种数学表达,起于“说数学”,成于“实践反思”,终于用数学的语言表达世界。换言之,让学生在“做”的过程中,形成概括与反思能力。基于这一认识,“做中说”就是让学生在“做”中反思,在反思中形成数学表达,让学生知道“我在做什么、为什么做、这样做的目的”,也就是让“做”引导学生思考,形成问题解决能力。数学问题解决能力的发展依赖于5个相互联系的元素,即概念、技能、过程、态度和元认知。其中,元认知是个人对自己的思维过程的认识与调节,其核心就是批判性反思。事实上,“做数学”的最大作用就是调用了元认知表达。比如,在研究“线段的大小比较”时,估算“表达不精确”,无法产生客观的知识和精确的结论,而“度量”容易产生误差积累。通过希沃技术条件下的“画”,能直观地显化“大与小”,为规范的数学表达奠定基础。

“做数学”让学科育人成为可能

促进认知:让学生会学数学。认知,包括感觉、直觉、注意、表象、记忆、思维、语言、概念、问题解决等。从心理学研究范畴来说,认知是一个人是否有能力做某事,即“能不能”或“会不会”的问题。而以“做”为支架的学习活动,要调动多种感官参与数学认知,通过观察、操作、实验,获得抽象数学概念、原理所需要的现实材料。在此基础上展开归纳、类比、抽象、概括,从而获得概念、发现规律,并获得解决问题的启示。在这个过程中,通过体验与发现感知数学,通过想象与推理引发思考,通过概括与运用解决问题。换言之,“做”为学生搭建数学学习的“阶梯”,让不同发展水平的学生会学数学。

激发情感:让学生愿意学数学

情感,包括动机、求知欲、欲望、学习热情、自尊心、自信心、好胜心等。情感是学生学习的动力源,即“想不想”“愿不愿意”的问题。而由于“做数学”具有情境性和操作性特征,其过程不仅有趣、生动、形象、直观,而且在任务驱动下还有一定的挑战性。因此,能极大地激发学生数学学习的兴趣,引起学生的好奇,调动学生学习的热情,使学生以一种积极的态度投入实验、探究活动之中。在“做”的过程中,学生多种感官参与并受到不同程度的刺激而显得异常活跃,这样有利于调动不同学习风格的学生发挥其长处和优势,从而建立起他们的学习自信,增进对数学学习的情感。实践表明,这样的过程,让学生深刻体会到“数学好玩”,因而想学数学、愿意学数学。

启迪智慧:让学生智慧学数学。智慧,是指对事物能迅速、灵活、正确地理解和处理的能力。智慧是生命所具有的基于生理和心理器官的一种高级创造性思维能力,即反映一个人“聪不聪明”的问题。而“做数学”正是可以让学生智慧地学习数学的“脚手架”,表现在三个方面:一是通过触觉、知觉、类比等直觉思维和形象思维、动作记忆等认知活动,激活大脑右半球。同时,在对直观材料进行抽象、概括等过程中,启用了大脑左半球。这样,让右半球的直觉与左半球的理性有效融合、协同发展。二是通过“做”,学生不仅经历了数学对象要素、概念内涵的抽象过程,以及数学法则、公式等归纳和发现过程,而且产生“如何研究”“如何发现”的方法论感悟。三是在操作的过程中,经“形象”到“具象”至“表象”,进而发展和形成想象,提升和丰富学生的想象力。由此可见,“做数学”可以开发大脑、感悟方法、发展想象,让学生变得聪明,可以智慧学数学。

塑造品格:让学生高品位地学数学。品格,即品德和人格。品格决定了一个人回应人生处境的模式,即“品位高不高”的问题。《普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)》指出:“数学在形成人的理性思维、科学精神和促进个人智力发展过程中发挥着不可替代的作用。”这就要求学生的数学学习必须达到“高品位”的境界,而“做数学”是帮助学生达到这一境界的现实路径。比如,“做数学”可以形成求真、实事求是的科学精神,形成符合逻辑思维、实证意识的理性精神,形成不怕失败、不怕困难、敢于挑战、敢于批判的探索精神,形成相互学习、相互尊重的合作意识以及批判性思维和善于发现问题、提出问题的创新意识等。这些精神或意识一旦形成,学生数学学习的品位自然就提高了。

人民教育出版社编审章建跃指出,“对未知事物的探索是学生的天性,需要教师倍加爱护”。“做数学”正是激发学生对未知世界的好奇心、培养学生探索事物本质和规律的兴趣、发展学生创新思维的好方法,是让学生会学数学、愿意学数学、智慧学数学、高品位地学数学的好方式,还是实现育人方式改革的一条创新路径。

(作者系江苏省教育科学规划领导小组办公室主任)

左图:学生通过“测量旗杆高度”的综合实践活动增强数学应用意识。

右图:学生根据要求摸几何体模型、描述结构特征、猜出几何体的名称,在“做”中学数学。 赵维坤 摄



专家点评

在“做”中感悟数学本质

史宁中

新版的《义务教育数学课程标准(2022年版)》把“三会”确立为经过数学教育学生形成的核心素养,是指“会用数学的眼光观察世界、会用数学的思维思考世界、会用数学的语言表达世界”,这与《普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)》的课程目标一脉相承。因此,在未来的很长一段时间,基础教育阶段数学教育工作的核心就是“三会”核心素养的课堂实践。事实上,“三会”是“四基”课程目标的升华,使数学课程目标不仅具有数学学科的特征,并且蕴含了数学教育的特征,希望通过数学学习,学生学会数学的观测、思考和表达,在掌握知识技能的同时感悟数学的本质,积累数学活动经验,包括思维的经验,也包括实践的经验。毋庸置疑,“结果+过程”的教育是实现这样教育目标的必由之路。在这个意义上,董林伟及其团队研究与探索的“做数学”,为未来实施基于核心素养的教育教学提供了很好的范例,因为他们在活动中强调对数学本质的理解,帮助学生养成独立思考、独立做事的习惯,使学生成为独立的学习者。

在中小学数学教学中存在着一些误区,这些认识上的误区往往会干扰素质教育的实施,主要表现在四个方面。

误区一:技巧=技能。通常所说的技能是具有一般性的能力,应用范围是相对广泛的,学习过程是举一反三的。因此,技能的掌握是经验的积累,包括熟能生巧,更包括思维方法的形成。与此不同,技巧是个案的东西,是一类题甚至一道题所形成的特殊的解题方法。在现实教学中,受这个误区影响,导致课上课下大量的重复训练,并且在大多情况下是注重技巧的训练。

误区二:形式=道理。主要是指运算的形式和运算的道理。运算涉及三个概念:算法、算理和运算律。虽然就形成的过程而言,是从算法到算理、从算理到运算律,但就数学体系而言,是运算律确定算理、算理确定算法。因此,一个合理的数学教学过程,应当让学生在掌握算法的同时,引导学生感悟确定算法的算理和运算律,这就是形式背后的道理,也就是“数学化”的过程。

误区三:逻辑=演绎。逻辑是对推理的表达,推理是指从命题判断到命题判断的思维过程,如果思维过程是有逻辑的,那么这个推理过程就必须遵循一定的推理规则,推理规则的要旨是传递性,因此,有逻辑的推理不仅包括演绎而且包括归纳。前者是命题成立的范围从大到小具有传递性的推理,从一般到特殊;后者是命题成立的范围从小到大有传递性的推理,从特殊到一般。因此,通过归纳推理得到的结论不一定正确,但是,只有通过这样的推理才可能得到新的东西,这是创新思维的根基。恰恰是这个误区,导致我国传统的数学教育不重视归纳,不利于创新人才的培养。

误区四:操作=经历。新世纪的课程改革以来,数学课堂教学出现了可喜的现象,这就是课堂的活跃,教师鼓励学生讨论发言、动手操作。但是,至今为止许多课堂依然停留在操作阶段,这样单纯追求形式的教学会导致课堂缺乏深度;事实上,操作的本质,是引导学生经历思维的过程和做事的过程,积累思维的经验 and 做事的经验。

阅读董林伟及其团队关于“做数学”的文章,可以看到他们对上述四个误区有着清醒的认识,有着他们自己的思考和追问。针对目前中小学数学教学普遍存在的“过程功利化、形式化,不能有效调动学生的多种感官参与学习活动,学习过程单一、大量重复训练”等问题,他们提出“做数学”的教学主张,强调通过操作体验、数学实验、综合实践等活动,促进学生在“做”中观察、“做”中思考、“做”中表达,让学生在“做中学”的过程中,感悟数学的本质,归纳学习的经验。他们的实践表明,这样的学习方法可以有效理顺数学课堂教学中“技巧与技能”“形式与道理”“逻辑与演绎”“操作与经历”的关系,彰显知识理解与经验积累相辅相成、齐头并进的态势,呈现数学教育所追求的由知识的记忆和理解走向知识的思考和创新的境界。

做数学也体现在“通识性”。《中华人民共和国国民经济和社会发展第十四个五年规划和2035年远景目标纲要》和联合国教科文组织发布的《共同重新构想我们的未来:一种新的教育社会契约》都提出:“未来教育需要走向通识教育。一方面要重视跨学科的教育,另一方面要引导学生学会学习。做数学”的尝试,给学生提供丰富的文本资源和相应的学具,让学生在数学学习的过程中感悟学习的流程,在教师的引导下,“经历操作体验、数学实验、综合实践”三种范式,形成学生自己学习的路径。这样的教学过程,强调更加积极的行动,注重能够亲历的实践,表现多种维度的交互,突出真实情境的设计,遵循逻辑完整的过程,用他们的话说,“人人皆可”“做数学”,“做数学”可以成为人的本质性学习方式和生活方式。

综上所述,做数学的核心在于“做”,实践“做中看”“做中思”“做中说”“做中悟”的过程,实现“促进认知,让学生会学数学”“激发情感,让学生愿意学数学”“启迪智慧,让学生智慧学数学”“塑造品格,让学生高品位地学数学”。这或许就是董林伟及其团队“做数学”的基本宗旨。

(作者系国家教材委员会委员、数学学科专业委员会主任委员、教育部高中数学课程标准修订组组长、义务教育数学课程标准研制组组长)

